Bernoulli-Ungleichung: $(\mathbb{K}, +, \cdot, \leq)$ ist ein angeordneter Körper, $x \in \mathbb{K}, x \geq -1$:

$$\forall n \in \mathbb{N} : (1+x)^n \geq (1+nx)$$

Abgeschlossen: $A = [a_1, a_2]$, offen: (a, b)
Beschränkt:

$$\exists s \in \mathbb{R} \forall a \in A : s \leq (\geq) a$$

a_1, a_2 sind Supremum/Infimum
a_1, a_2 sind Maximum/Minimum, wenn $a_1, a_2 \in A$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = 1$$

$$|x| < 1 \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$$

Exponentialreihe:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \lim_{n \mapsto \infty} (1 + \frac{x}{n})^n$$

Leibnizkriterium:

$$(a_n) \subset \mathbb{R}, \qquad (a_k) \downarrow, \qquad \lim(a_n) = 0$$
$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k a_k = s \text{ konvergiert}$$
$$0 \leq (-1)^n \sum_{k=n}^{\infty} (-1)^k a_k \leq a_n, \qquad |s - s_n| \leq a_n$$

Majorantenkriterium:

$$\exists (c_n) \in (0, \infty) : \sum_{k=0}^{\infty} c_k < \infty, \qquad a_k \leq |c_k| \forall k$$

Quotientenkriterium:

$$\exists \vartheta \in [0,1) \exists n_0 : \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} \leq \vartheta \forall k \geq n_0$$

Wurzelkriterium:

$$\lim_{n \mapsto \infty} \sup \sqrt[n]{|a_n|} < 1$$

Stetigkeit:

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x : (|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \epsilon)$$
$$\forall (a_n) \in D \mid (a_n) \mapsto a : f(a_n) \mapsto f(a)$$

Gleichmäßige Stetigkeit:

$$\forall\epsilon\exists\delta\forall x,x' : (\left|x-x'\right| < \delta \Rightarrow \left|f(x)-f(x') < \epsilon\right|)$$

Trigonometriebla:

$$\begin{aligned} \cos(x) &= \frac{1}{2}(e^{ix}+e^{-ix}) \\ \sin(x) &= \frac{1}{2i}(e^{ix}-e^{-ix}) \\ \cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y)-\sin(x)\sin(y) \\ \sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y)+\cos(x)\sin(y) \end{aligned}$$

Differentialquotient:

$$f'(x_0) = \lim_{x\mapsto x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{h\mapsto 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Quotientenregel:

$$(\frac{f}{g})'(x) = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Kettenregel:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Umkehrregel:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

l'Hopital:

$$\begin{aligned} f,g : (a,b] \mapsto \mathbb{R} &\text{ stetig und diff.bar} \\ \lim_{x\downarrow a} f(x) &= \lim_{x\downarrow a} g(x) = 0 \\ g(x) \neq 0, g'(x) &\neq (0)\forall x\in(a,b] : \\ \Rightarrow \lim_{x\downarrow a}\frac{f'(x)}{g'(x)} &= \lim_{x\downarrow a}\frac{f(x)}{g(x)} \end{aligned}$$

Taylor:

$$\exists c : f(b) = \sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(a)}{k!}(b-a)^k + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(b-a)^{n+1}$$

Konvex$\Leftrightarrow$ $f''(x)\geq 0$: Linkskurve - Konkav$\Leftrightarrow$ $f''(x)\leq 0$
Substitutionsregel:

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)du \qquad u=g(x), du=g'(x)dx$$

Partielle Integration:

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$